УДК 371.321.5

ПРИМЕНЕНИЕ ЛОГАРИФМОВ И РЕШЕНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В КОНТЕКСТЕ РЕАЛЬНОГО МИРА И СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Чернова Любовь Александровна
lach.2002@mail.ru
Магистрант 1 курса образовательной программы «Математика. Управление образовательным процессом»
Атырауский университет им. Х.Досмухамедова, г.Атырау, Республика Казахстан
Научный руководитель, к.т.н – **Тулеуова Р.У.**

Аннотация. В данной научной статье рассматривается применение логарифмов и решение логарифмических уравнений в контексте реального мира и современных технологий. Логарифмы играют важную роль в различных областях, включая науку, инженерию, экономику, информатику и другие. Цель данной работы – проанализировать реальные примеры использования логарифмов, а также исследовать методы решения логарифмических уравнений и их применение в современных технологиях.

Логарифмирование – это математическая операция, обратная возведению в степень. Логарифм числа сокращенно обозначается как “$log_a b$”, где a- основание логарифма, b-число.Для решения логарифмических уравнений необходимо применять логарифмические законы, преобразовывая выражения в более удобный формат. После упрощения и сокращения логарифмических выражений мы обычно сталкиваемся с одним из двух типов логарифмических уравнений. В зависимости от типа уравнения решение может быть получено путем простого сравнения логарифмических аргументов или путем преобразования логарифмического выражения в эквивалентную экспоненциальную форму для вычислений.

Как правило, у нас есть два типа логарифмических уравнений:

Первый тип выглядит таким образом: log_aK=$log_a MM$ → K=M

Если у нас есть только по одному логарифму с каждой стороны уравнения, имеющего одинаковое основание, мы можем уравнять аргументы логарифмов и решить. В этом случае аргументами являются алгебраические выражения, представленные K и M.

Пример 1

$$log_4 x = log_4(2x-1)$$

x=2x-1 x=1

x > 0 x > 0

2x-1 > 0 x > 0,5

Ответ: x=1

Второй тип выглядит следующим образом: log_aP=Q→ P=a^{QQ}

Если у нас есть только один логарифм с одной стороны уравнения, то мы можем выразить его в виде экспоненциального выражения и решить его выше представленным образом.

Пример 2

Вычислить $\log_2 (5x + 7) = 5$

Решение: Перепишем уравнение в виде степенной функции

$\log_2 (5x + 7) = 5$

$2^5 = 5x + 7$

32 = 5x + 7

5x = 32 – 7

5x = 25 | Поделим обе части равенства на 5, и получим x = 5

Ответ:x=5

При решении логарифмических уравнений используются следующие свойства логарифма:

Логарифмический ноль и логарифмическая единица. Свойство, которое нужно обязательно помнить. Какое бы ни было основание логарифма, если в аргументе стоит 1, то логарифм всегда равен 0. Если аргумент и основание логарифма одинаковы, то значение логарифма будет равно единице.

$log_a 1 = 0 \quad log_a a = 1$

Основное логарифмическое тождество. Четырехэтажное выражение преобразует в простейшее. Основание a, возведенное в степень логарифма с основанием a, будет равно b.

$$a^{loll_a b} = b$$

Сумма логарифмов. Можно сделать сумму 2х логарифмов, у которых будут одинаковые основания, при умножении логарифмируемых чисел.

$$log_a bc = log_a b + log_a c$$

Логарифм частного. Здесь ситуация схожая с суммой логарифмов. При делении чисел мы получаем разность двух логарифмов с одинаковым основанием.

$$log_a \frac{b}{c} = log_a b - log_a c$$

Вынесение показателя степени из логарифма. Если степень находится в основании или аргументе логарифма, то ее можно вынести за пределы логарифма, в соответствии с этими формулами:

$log_{a^k}b = \frac{1}{k}log_a b$ $\quad log_a b^m = mlog_a b$ $\quad log_{a^k}b^m = \frac{m}{k}log_a b$

Формулы перехода к новому основанию. Они нужны для выражений с логарифмами, у которых разные основания.

$log_a c = \frac{loll_b c}{loll_b a}$ $\quad log_a b = \frac{1}{loll_b a}$

В реальной жизни мы используем логарифмические уравнения в таких областях, как физика, астрономия, технология, биология, финансы и т.д.

Интенсивность звука или звуковая сила - это физическая величина, характеризующая мощность, переносимую звуковой волной в направлении распространения. Например, чтобы организовать хорошую звукоизоляцию, нужно уметь точно рассчитать, сколько энергии принесет звуковая волна и насколько мощная стена необходима. Для сравнения уровней интенсивности используется логарифмическая шкала. Разные частоты ведут себя по-разному, и это не линейно. Так, например, определяется коэффициент звукоизоляции стен. Мера интенсивности звука выражается в децибелах (дБ) с использованием логарифмической шкалы, которая охватывает диапазон от 0 до 194 для описания относительной силы звука.

При оценке источника шума, используется логарифмический показатель, который называется уровнем интенсивности шума:

$LL_J = 10lg(\frac{J}{J_0}), [dB]$, где:

J – интенсивность шума в точке измерения,

JJ_0 – интенсивность шума в области порога слышимости.

При расчетах и нормировании используется показатель- уровень звукового давления:

$LL_{pp} = 20lg(\frac{P}{P_0}), [dB]$, где

P– фактическое звуковое давление в конкретной точке,

$PP_0 = 2 \cdot 10^{-5}$Па– звуковое давление, соответствующее порогу слышимости

Логарифмы, используются для *измерения уровня pH химических веществ*. Шкала pH определяет, является ли раствор кислым или основным. Шкала pH находится в диапазоне от 0 до 14. Значение pH 7 является нейтральным, менее 7 - кислым, а более 7 - основным. pH=-lg[H+]. Где [H+] - концентрация ионов водорода в растворе.

Шкала Рихтера выделяется как наиболее широко признанная шкала *для оценки магнитуды землетрясений.* При работе с задачами по шкале Рихтера мы используем следующую формулу: $MM = \frac{2}{3}log(\frac{EE}{10^{118}})$, где М - магнитуда, а Е - количество выделяемой энергии в эргах.

Логарифмы находят значительное применение в реальной жизни при изучении процесса *экспоненциального распада радиоактивных элементов*. Распад радиоактивных элементов охватывает широкий спектр, от нескольких секунд до десятилетий. Оба примера экспоненциального распада и роста включают применение логарифмов. $NN(t) = NN_0 \cdot e^{-\lambda\lambda t}$

В информатике логарифмические функции играют фундаментальную роль в анализе структур данных, включая бинарные деревья поиска и кучи.

В астрономии логарифмы имеют очень широкое распространение. Многие галактики закручены по логарифмическим спиралям, в частности галактика, к которой принадлежит Солнечная система. Астрономы классифицируют звезды по степени видимой яркости на первую звездную величину, вторую звездную величину, третью звездную величину и т.д. Последовательные звездные величины воспринимаются глазом как элементы арифметической прогрессии. Но их физическая яркость изменяется по другому закону: объективные значения яркости составляют геометрическую прогрессию со знаменателем 2,5. Легко понять, что "звездная величина" звезды - это не что иное, как логарифм ее физической яркости. Практически любая другая формула в астрономии, астрофизике и других смежных науках не обходится без логарифма.

$MM = m + 5 - 5lgll$- формула для расчета абсолютной звездной величины

$m_2 - m_1 = 2{,}5lg(\frac{L_1}{L_2}\blacksquare)$-относительная звёздная величина, где m-звёздные величины объектов, L-освещённости от объектов

В биологии - раковины многих моллюсков, улиток, а также рога архаров (горных козлов) закручены в логарифмическую спираль. Логарифмической спиралью очерчены не только раковины. Паук Эпейра, плетущий паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмическим спиралям. В области биологии логарифмы находят применение при оценке и вычислении закономерностей роста человека и других живых видов, обычно представленных в экспоненциальной форме. Логарифмические инструменты оказываются полезными при анализе экспоненциального роста популяций, определении скорости удвоения популяции, сравнении темпов роста между двумя популяциями и прогнозировании будущих темпов роста или сокращения. Кроме того, логарифмы способствуют исследованиям окружающей среды и биоразнообразия. Применение логарифмов при изучении человеческих популяций способствует улучшению планирования и выработки политики в интересах благосостояния граждан. Одновременно изучение логарифмических тенденций в популяциях бактерий или других видов играет важную роль в получении информации об их жизненных циклах и биологических процессах.

Рост населения можно смоделировать с помощью логарифмического уравнения. По мере рост анаселения темпы роста замедляются, в результате чего получается логарифмическая кривая. Скорость роста вычисляется по формуле экспоненциального роста:

$r = \frac{ln(\frac{pn}{p0})}{n}$, где r - экспоненциальная скорость роста, ln () - натуральный логарифм, p_n - численность населения на конец периода, p_0 - начало население периода, а n - количество лет между ними.

В экономике логарифмы используются при нахождении процентов по вкладам в банковском деле. Из разнообразия предложенных процентов по вкладам банками, можно определить какой из них является наиболее выгодным на данный момент.

Рассмотрим на примере: Некоторая сумма денег в А тенге подвержена приросту в р% годовых. Через сколько лет эта сумма составит S тенге?

$S = \text{А}(1 + \frac{pp}{100})^n$- формула сложных процентов

А-начальная сумма вклада

р-процентная ставка(годовая)

n- срок хранения(в годах)

S- накопительная(итоговая) сумма вклада

Прологарифировав уравнение по основанию 10, получаем:

$$lgS = lg(A \cdot (1 + \frac{p}{100})^n)$$

$$lgS = lgA + lg(1 + \frac{p}{100})^n$$

$$lgS - lgA = n \cdot lg(1 + \frac{p}{100})$$

$$n = \frac{lgS - lgA}{lg(1 + \frac{p}{100})}$$

Логарифмы являются ключевым элементом в различных *современных технологиях*, включая криптографию, интернет и искусственный интеллект. В криптографии логарифмические функции используются для реализации алгоритмов шифрования и подписи. Логарифмические функции могут использоваться для анализа производительности сетей, например, при оценке времени передачи данных или задержки сети. Они позволяют изучать изменения в производительности сети в зависимости от различных параметров, таких как объем данных или количество узлов. При оценке производительности и эффективности сети логарифмические функции могут помочь выявить узкие места или проблемы в сетевой топологии и предложить решения для их устранения. Логарифмические функции используются для преобразования данных и обработки признаков в алгоритмах машинного обучения, таких как логистическая регрессия и нейронные сети.

Какие онлайн-ресурсы мы можем использовать, решая логарифмическое уравнение?

Существует множество онлайн-калькуляторов, специализирующихся на решении математических уравнений. Мы можем ввести свое логарифмическое уравнение или неравенство, и они предоставят вам ответы с пошаговыми пояснениями, на таких сайтах как, symbolab.com вы можете решать логарифмические уравнения и анализировать графики, или tutorial.math.lamar.edu выведет пошаговое решение.

Кроме того, учащиеся могут читать статьи и форумы на таких веб-сайтах, как:

mathvault.ca, en.neurochispas.com, storyofmathematics.com

Такие программы, как Mathematica, Maple или MATLAB, предоставляют мощные инструменты для решения уравнений и неравенств символически и численно. Их можно использовать для более сложных вычислений и анализа различных аспектов уравнений.

Программирование на таких языках, как Python, с библиотеками NumPy и SymPy может использоваться для решения математических задач, включая логарифмические уравнения. Это обеспечивает более гибкий и программируемый подход к решению.

Системы CAS, такие как Wolfram Alpha, предоставляют широкие возможности символьных вычислений. Они могут решать логарифмические уравнения и неравенства и предоставлять графику и дополнительные математические свойства решений.

Заключение. Логарифмы играют важную роль в анализе данных, моделировании процессов и решении различных задач в реальном мире и современных технологиях. Понимание принципов работы логарифмов и их применение позволяют создавать эффективные алгоритмы и разрабатывать новые технологии для решения сложных проблем.

Список использованных источников:

1. Jefferson Huera Guzman, Neurochispas
2. Sehjal Goel, 10 Common Applications Of Logarithms In Real-life, 8 августа, 2023
3. "Logarithmic and Exponential Functions", Murray R. Spiegel
4. "Applications of Logarithms in Real Life", Chris McMullen